4

THEMA 4 VAN 7

Kosten, opbrengsten & marginaal denken

Van totale kosten naar MO = MK

6 lessen · rekenopdrachten · examenopgave · eindquiz · antwoordmodel

Werkboek — naam: _____ klas: _____

Les 4.1 — Constante en variabele kosten

Leerdoel: Je verdeelt de totale kosten in constante en variabele kosten en beschrijft hoe de variabele kosten verlopen.

Eindtermen: D1.16, A2

Waar gaat het om?

Wie wil weten of een bedrijf winst maakt, moet eerst de kosten kennen. In dit thema werk je met kostenfuncties zoals TK = 0,1q² + 4q + 160. De eerste stap is het onderscheid tussen **constante** en **variabele** kosten (eindterm D1.16).

Kerntheorie

Constante en variabele kosten

Totale constante kosten (TCK) veranderen niet als de productie verandert: huur, afschrijving van machines, verzekeringen. **Totale variabele kosten (TVK)** stijgen mee met de productie: grondstoffen, energie, stukloon.

TK = TCK + TVK

Het verloop van de variabele kosten

In een kostenfunctie is het getal zonder q de TCK; de termen met q vormen samen de TVK. Staat er een q² in, dan stijgen de variabele kosten **progressief** : elke extra eenheid kost meer dan de vorige, bijvoorbeeld door overwerk of doordat machines overbelast raken.

Kosten van een meubelmakerij: TK = 0,1q² + 4q + 160

q	TCK	TVK	TK	GTK	MK (= 0,2q + 4)
0	160	0	160	–	4
20	160	120	280	14,00	8
40	160	320	480	12,00	12
60	160	600	760	12,67	16
80	160	960	1.120	14,00	20

De constante kosten (160) veranderen niet met de productie. De variabele kosten stijgen progressief: elke extra eenheid kost meer. Vereenvoudigd voorbeeld met verzonnen getallen.

Toepassen

Rekenvraag: kostensoorten (2 punten)

Een bakkerij heeft TK = 0,5q² + 6q + 200 (q in honderden broden per dag). Bereken de TVK bij q = 10 en q = 20 en laat zien dat de variabele kosten progressief stijgen.

Uitwerking

1. TCK = 200. Bij q = 10: TVK = 0,5 × 100 + 60 = 110. Bij q = 20: TVK = 0,5 × 400 + 120 = 320.

2. Van 0 naar 10 stijgen de TVK met 110, van 10 naar 20 met 210: de tweede stap is duurder.

Antwoord

TVK = 110 bij q = 10 en 320 bij q = 20. De tweede tien eenheden kosten 210, de eerste maar 110: de variabele kosten stijgen progressief.

Veelgemaakte fout

Vaste personeelskosten als variabel zien. Personeel met een vast contract kost hetzelfde bij meer of minder productie: dat zijn constante kosten. Stukloon en uitzendkrachten zijn variabel.

Kernbegrippen

Totale constante kosten (TCK)

Kosten die niet veranderen als de productie verandert, zoals huur en afschrijving.

Totale variabele kosten (TVK)

Kosten die meestijgen met de productie, zoals grondstoffen en energie.

Totale kosten (TK)

TK = TCK + TVK.

Progressief stijgende kosten

Variabele kosten die per extra eenheid steeds sneller stijgen, bijvoorbeeld door overwerk.

Verwerkingsopdracht

Werk de opdrachten uit in je schrift of in de invulvelden.

1. Deel in: huur van de winkel, meel, stroom voor de ovens, afschrijving op de ovens, verzekering, verpakkingen.

2. Gebruik de tabel. Met hoeveel stijgen de TVK van q = 20 naar q = 40, en van q = 60 naar q = 80?

3. Waarom kunnen de variabele kosten bij een lage productie ook degressief stijgen (elke eenheid goedkoper)?

Oefeningen

Brons: Kennis & Begrip

1. Wat is het verschil tussen constante en variabele kosten?

2. Noem bij een bakkerij twee voorbeelden van constante kosten en twee van variabele kosten.

Zilver: Toepassing & Rekenen

3. $TK = 0{,}1q^2 + 4q + 160$. Hoe groot zijn de TCK en de TVK bij $q = 50$?

4. Waarom stijgen de variabele kosten bij veel bedrijven progressief bij een hoge productie?

5. $TK = 0{,}2q^2 + 10q + 500$. Bereken de TCK en de TVK bij $q = 20$.

6. Gebruik opdracht 6. Bereken de TVK bij $q = 40$ en de variabele kosten per product bij $q = 20$ en $q = 40$. Wat zie je?

Goud: Analyse & Evaluatie — de uitdaging

7. Een bedrijf heeft hoge constante en lage variabele kosten. Waarom wil het veel produceren?

8. Leg uit waarom constante kosten op lange termijn toch variabel kunnen worden. Geef een voorbeeld.

Les 4.2 — Gemiddelde en marginale kosten

Leerdoel: Je berekent de gemiddelde totale kosten en de marginale kosten (ook als afgeleide), en je legt uit waarom de MK-lijn de GTK-lijn in zijn laagste punt snijdt.

Eindtermen: D1.17, A2

Waar gaat het om?

Een ondernemer stelt twee verschillende vragen: wat kost een product **gemiddeld** , en wat kost **één extra** product? Het antwoord op de tweede vraag zijn de **marginale kosten** . Op het vwo bereken je die met de afgeleide (D1.17).

Kerntheorie

Gemiddelde kosten

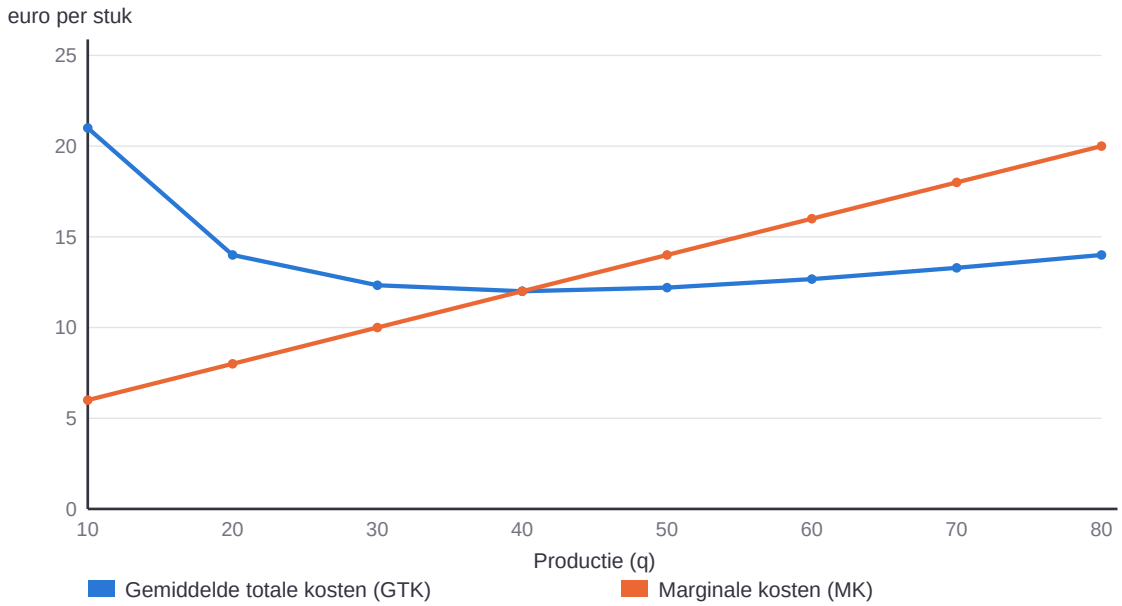
GTK = TK / q GVK = TVK / q GCK = TCK / q

De GCK dalen altijd naarmate je meer produceert: de constante kosten worden over meer producten verdeeld.

Marginale kosten

De **marginale kosten (MK)** zijn de extra kosten van één extra eenheid. Wiskundig is MK de afgeleide van de TK: bij TK = 0,1q² + 4q + 160 is MK = 0,2q + 4. De constante kosten vallen weg in de afgeleide.

Gemiddelde totale kosten en marginale kosten



De MK-lijn snijdt de GTK-lijn in het laagste punt van de GTK (q = 40, € 12). Zolang MK onder GTK ligt, daalt de GTK.

Waarom MK de GTK in het laagste punt snijdt

Vergelijk het met je cijfergemiddelde. Haal je een cijfer onder je gemiddelde, dan daalt het gemiddelde; haal je een cijfer erboven, dan stijgt het. Zolang MK onder de GTK ligt, daalt de GTK; ligt MK erboven, dan stijgt de GTK. Waar ze gelijk zijn, is de GTK minimaal.

Toepassen

Rekenvraag: minimum van de GTK (3 punten)

TK = 0,5q² + 6q + 200. Stel de vergelijkingen van MK en GTK op en toon aan dat de GTK minimaal is bij q = 20.

Uitwerking

1. MK = q + 6. GTK = TK / q = 0,5q + 6 + 200/q.
2. Bij q = 20: MK = 26 en GTK = 10 + 6 + 10 = 26.
3. MK = GTK: daar snijdt de MK-lijn de GTK-lijn, dus de GTK is minimaal.

Antwoord

MK = q + 6 en GTK = 0,5q + 6 + 200/q. Bij q = 20 zijn beide 26: de GTK is daar minimaal (€ 26 per stuk).

Veelgemaakte fout

De constante kosten meenemen in de MK. De afgeleide van een constante is 0: een extra product verandert de huur niet.

GTK en MK verwarren. GTK is een gemiddelde over alle producten, MK gaat alleen over het volgende product.

Kernbegrippen

Gemiddelde totale kosten (GTK)
TK / q: de kosten per product.

Gemiddelde variabele kosten (GVK)
TVK / q.

Gemiddelde constante kosten (GCK)
TCK / q; dalen naarmate de productie stijgt.

Marginale kosten (MK)
De extra kosten van één extra eenheid; de afgeleide van de TK.

Verwerkingsopdracht

Werk de opdrachten uit in je schrift of in de invulvelden.

1. Bereken met TK = 0,1q² + 4q + 160 de GCK en de GVK bij q = 20.

2. Lees in de grafiek af bij welke productie de GTK minimaal is en hoe hoog die dan is.

3. Bij q = 60 is MK = 16 en GTK = 12,67. Stijgt of daalt de GTK als het bedrijf meer gaat produceren? Leg uit.

Oefeningen

Brons: Kennis & Begrip

1. Wat zijn marginale kosten?

2. De TCK zijn € 500. Bereken de GCK bij q = 50 en bij q = 100.

Zilver: Toepassing & Rekenen

3. TK = 0,5q² + 6q + 200. Bepaal MK en GTK.

4. Gebruik opdracht 2. Toon aan dat MK = GTK bij q = 20.

5. TK = 0,2q² + 10q + 500. Stel de vergelijkingen van MK en GTK op.

6. Gebruik opdracht 6. Bereken bij welke q de GTK minimaal is, en hoe hoog de GTK daar is.

Goud: Analyse & Evaluatie — de uitdaging

7. Leg uit waarom de GTK daalt zolang MK onder de GTK ligt.

---

8. De constante kosten stijgen van € 500 naar € 800. Wat gebeurt er met de MK-lijn en met het minimum van de GTK? Bereken het nieuwe minimum (twee decimalen).

Les 4.3 — Marginale kosten en de aanbodlijn

Leerdoel: Je legt uit dat een hoeveelheidsaanpasser produceert waar MK = P, en dat de MK-lijn daardoor zijn individuele aanbodlijn is.

Eindtermen: D1.18, D1.10, A2

Waar gaat het om?

Waarom loopt een aanbodlijn omhoog? Het antwoord zit in de marginale kosten. Een bedrijf dat de marktprijs niet kan beïnvloeden, produceert precies zoveel dat de marginale kosten gelijk zijn aan de prijs. Daardoor is de MK-lijn zijn aanbodlijn (D1.18).

Kerntheorie

De hoeveelheidsaanpasser

Bij **volkomen concurrentie** zijn er zoveel aanbieders van een homogeen product dat één bedrijf de prijs niet kan beïnvloeden. Het bedrijf is een **hoeveelheidsaanpasser** : de prijs is gegeven, en het kiest alleen de hoeveelheid.

Produceren tot MK = P

Elke extra eenheid levert de prijs P op en kost MK. Zolang MK lager is dan P, stijgt de winst door meer te produceren. Het bedrijf produceert dus tot **MK = P** .

Stijgt de prijs, dan schuift het bedrijf op langs de MK-lijn naar een grotere productie. Het stijgende deel van de MK-lijn is dus de **individuele aanbodlijn** . Tel je die van alle bedrijven op, dan krijg je de collectieve aanbodlijn uit thema 3.

Een hoeveelheidsaanpasser kiest q waar MK = P

Marktprijs P	MK = P q	TO	TK	Winst
€ 12	0,2q + 4 = 12 q = 40	480	480	0
€ 16	0,2q + 4 = 16 q = 60	960	760	200
€ 20	0,2q + 4 = 20 q = 80	1.600	1.120	480

Bij elke prijs kiest het bedrijf de hoeveelheid waarbij MK = P. Zo is (het stijgende deel van) de MK-lijn de individuele aanbodlijn: q = 5P - 20. Vereenvoudigd voorbeeld met verzonnen getallen.

Toepassen

Rekenvraag: aanbod van een hoeveelheidsaanpasser (3 punten)

Een bakker heeft TK = 0,5q² + 6q + 200. De marktprijs is € 30. Bereken de productie en de winst.

Uitwerking

1. MK = q + 6. MK = P: q + 6 = 30 q = 24.
2. TO = 30 × 24 = 720. TK = 0,5 × 576 + 144 + 200 = 632.
3. Winst = 720 - 632 = 88.

Antwoord

De bakker produceert 24 eenheden en maakt € 88 winst.

Veelgemaakte fout

P = GTK gebruiken. Daar is de winst nul. Een hoeveelheidsaanpasser kiest zijn productie met P = MK.

Kernbegrippen

Hoeveelheidsaanpasser

Aanbieder die de prijs als gegeven neemt en alleen de hoeveelheid kiest.

Individuele aanbodlijn

Bij volkomen concurrentie het stijgende deel van de MK-lijn: P = MK.

Verwerkingsopdracht

Werk de opdrachten uit in je schrift of in de invulvelden.

1. Stel met MK = 0,2q + 4 de individuele aanbodvergelijking op (q als functie van P).

2. Er zijn 50 identieke bakkers met deze aanbodvergelijking. Stel de collectieve aanbodvergelijking op.

3. De marktprijs daalt naar € 10. Bereken met TK = 0,1q² + 4q + 160 de productie en de winst. Wat merk je?

Oefeningen

Brons: Kennis & Begrip

1. Wat is een hoeveelheidsaanpasser?

2. Waarom is bij een hoeveelheidsaanpasser de marginale opbrengst gelijk aan de prijs?

Zilver: Toepassing & Rekenen

3. TK = 0,5q² + 6q + 200 en de marktprijs is € 30. Hoeveel produceert de hoeveelheidsaanpasser, en wat is zijn winst?

4. MK = 0,2q + 4. Stel de individuele aanbodvergelijking op.

5. TK = 0,2q² + 10q + 500 en de marktprijs is € 34. Bereken de productie en de winst.

6. Gebruik opdracht 6. Stel de individuele aanbodvergelijking op. Er zijn 40 van deze bedrijven: stel ook de collectieve aanbodvergelijking op.

Goud: Analyse & Evaluatie — de uitdaging

7. Waarom produceert een hoeveelheidsaanpasser niet méér dan waar MK = P?

8. De marktprijs daalt naar € 26. Bereken de productie en de winst, en leg uit waarom het bedrijf op korte termijn toch blijft produceren.

Les 4.4 — Opbrengsten en winst

Leerdoel: Je berekent TO, GO en MO, en de totale en gemiddelde winst, en je legt uit hoe opbrengsten en kosten de winst bepalen.

Eindtermen: D1.19, D1.14, A2

Waar gaat het om?

Naast kosten heeft elk bedrijf **opbrengsten** . Net als bij kosten onderscheid je totaal, gemiddeld en marginaal (D1.19). Samen met de kosten bepalen ze de winst, totaal en per stuk.

Kerntheorie

Drie soorten opbrengst

TO = p × q GO = TO / q = p MO = afgeleide van TO

Bij een hoeveelheidsaanpasser is de prijs vast: MO = GO = P. Een bedrijf met marktmacht (bijvoorbeeld een monopolist) heeft een dalende prijs-afzetlijn p = -aq + b. Dan is TO = -aq² + bq en MO = -2aq + b: de MO-lijn is twee keer zo steil als de prijslijn.

Totale, gemiddelde en marginale opbrengst

Begrip	Formule	Bij p = -0,5q + 40
Totale opbrengst (TO)	p × q	-0,5q² + 40q
Gemiddelde opbrengst (GO)	TO / q = p	-0,5q + 40
Marginale opbrengst (MO)	afgeleide van TO	-q + 40
Totale winst (TW)	TO - TK	
Gemiddelde winst	GO - GTK (winst per stuk)	

Winst

totale winst = TO - TK = (p - GTK) × q

De **gemiddelde winst** is de winst per stuk: GO - GTK.

Toepassen

Rekenvraag: opbrengsten en winst (3 punten)

Een bedrijf heeft p = -0,5q + 40 en TK = 0,1q² + 4q + 160. Bereken bij q = 30 de TO, de MO, de gemiddelde winst en de totale winst.

Uitwerking

1. p = -15 + 40 = 25; TO = 25 × 30 = 750. MO = -q + 40 = 10.
2. GTK = 3 + 4 + 160/30 = 12,33. Gemiddelde winst = 25 - 12,33 = 12,67.
3. Totale winst = 12,67 × 30 = 380 (controle: 750 - 370 = 380).

Antwoord

TO = € 750, MO = € 10, gemiddelde winst € 12,67 per stuk, totale winst € 380.

Veelgemaakte fout

MO gelijkstellen aan de prijs bij een dalende prijslijn. Alleen bij een hoeveelheidsaanpasser is MO = P. Met marktmacht ligt MO onder de prijs.

Kernbegrippen

Totale opbrengst (TO)

p × q: de omzet.

Gemiddelde opbrengst (GO)

TO / q = de prijs.

Marginale opbrengst (MO)

De extra opbrengst van één extra product; de afgeleide van de TO.

Totale winst

TO - TK, of (p - GTK) × q.

Verwerkingsopdracht

Werk de opdrachten uit in je schrift of in de invulvelden.

1. Bereken met p = -0,5q + 40 de MO bij q = 20.

2. Bij welke afzet is de totale opbrengst maximaal? Bereken ook de TO.

3. Leg uit waarom de MO van een monopolist lager is dan de prijs.

Oefeningen

Brons: Kennis & Begrip

1. Wat is het verband tussen de gemiddelde opbrengst en de prijs?

2. Een hoeveelheidsaanpasser verkoopt tegen € 12 per stuk. Hoe groot zijn de GO en de MO?

Zilver: Toepassing & Rekenen

3. p = -0,5q + 40. Bepaal TO en MO.

4. p = 25 en GTK = 12,33 bij q = 30. Bereken de gemiddelde en de totale winst.

5. p = -q + 60. Bepaal TO en MO, en bereken ze bij q = 20.

6. Gebruik opdracht 6. TK = 0,5q² + 10q + 200. Bereken bij q = 20 de GTK, de gemiddelde winst en de totale winst.

Goud: Analyse & Evaluatie — de uitdaging

7. Waarom is de MO van een monopolist lager dan de prijs?

8. Waarom kiest een bedrijf dat de winst wil maximaliseren niet de afzet waarbij de totale opbrengst maximaal is?

Les 4.5 — Break-evenafzet

Leerdoel: Je berekent de break-evenafzet met totale en met gemiddelde grootheden, en leest hem af uit een grafiek.

Eindtermen: D1.20, A2

Waar gaat het om?

Elke start-up stelt dezelfde vraag: hoeveel moeten we verkopen om quitte te spelen? Dat is de **break-evenafzet** (D1.20). Je kunt hem berekenen met totale grootheden én met gemiddelde grootheden, en aflezen uit een grafiek.

Kerntheorie

Break-even

Bij de **break-evenafzet** is de totale opbrengst gelijk aan de totale kosten: er is geen winst en geen verlies.

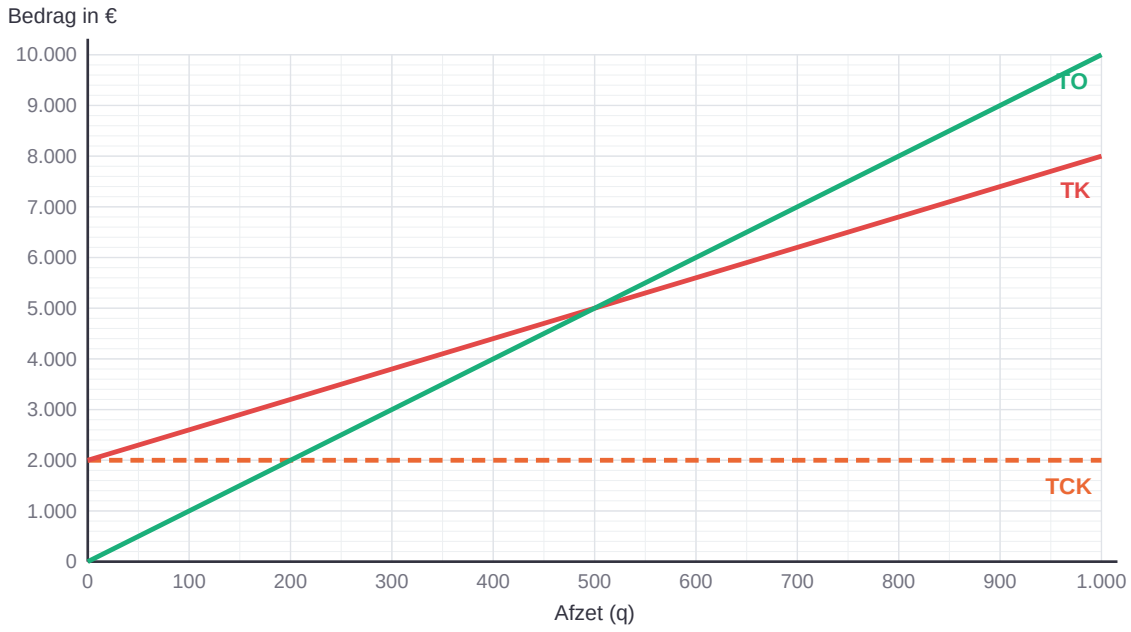
TO = TK, of: GO = GTK

De dekkingsbijdrage

Bij een vaste prijs en constante GVK draagt elk product p - GVK bij aan het dekken van de constante kosten. Dat is de **dekkingsbijdrage** .

break-evenafzet = TCK / (p - GVK)

Break-even: TO = 10q en TK = 2.000 + 6q



TO = TK bij q = 500: de break-evenafzet. Elke verkochte eenheid levert 10 - 6 = € 4 bij aan de constante kosten van € 2.000. Vereenvoudigd voorbeeld met verzonnen getallen.

Break-even in een grafiek met totale grootheden (A2)

- **TCK** : horizontale lijn. **TVK** = GVK × q: lijn door de oorsprong.
- **TK** = TCK + TVK: begint op hoogte TCK en loopt (bij constante GVK) evenwijdig aan TVK.
- **TO** = p × q: lijn door de oorsprong; de helling is de prijs.
- Break-evenafzet: het snijpunt van TO en TK. De winst bij een afzet is de verticale afstand TO - TK; links van het snijpunt is die negatief (verlies).
- Uit twee afgelezen punten leid je de vergelijkingen af: de helling van TK is de GVK (= delta TK / delta q), het snijpunt met de verticale as is de TCK.

Break-even met gemiddelde grootheden: GO = GTK

Deel je TO en TK door q, dan krijg je GO (= p, een horizontale lijn) en GTK = TCK/q + GVK, een dalende kromme. De break-evenafzet ligt waar de GTK-lijn de GO-lijn snijdt. Rechts daarvan ligt GO boven GTK: elk product levert winst op. De totale winst is dan een **oppervlakte** : (GO - GTK) × q, de rechthoek tussen de twee lijnen tot aan de afzet.

Als de lijnen verschuiven

- **TCK stijgen** : TK schuift evenwijdig omhoog (GTK schuift omhoog): de break-evenafzet stijgt.
- **GVK stijgt** : TK wordt steiler: de break-evenafzet stijgt.
- **Prijs stijgt** : TO wordt steiler (GO schuift omhoog): de break-evenafzet daalt.

Toepassen

Rekenvraag: break-evenafzet op twee manieren (2 punten)

Een start-up heeft € 15.000 constante kosten. Elk product kost € 10 aan variabele kosten en wordt verkocht voor € 25. Bereken de break-evenafzet met de dekkingsbijdrage en controleer met GO = GTK.

Uitwerking

1. Dekkingsbijdrage: 25 - 10 = 15. Break-even: 15.000 / 15 = 1.000.
2. Controle: GTK = 10 + 15.000 / 1.000 = 25 = GO.

Antwoord

De break-evenafzet is 1.000 producten; daar is GTK = GO = € 25.

Veelgemaakte fout

De TCK delen door de prijs. Elk product dekt niet de hele prijs, maar alleen de prijs min de variabele kosten.

Kernbegrippen

Break-evenafzet

De afzet waarbij TO = TK en GO = GTK: geen winst en geen verlies.

Dekkingsbijdrage

Prijs min gemiddelde variabele kosten: wat elk product bijdraagt aan het dekken van de constante kosten.

Verwerkingsopdracht

Werk de opdrachten uit in je schrift of in de invulvelden.

1. Lees in de grafiek de break-evenafzet af.

2. Bereken met TO = 10q en TK = 2.000 + 6q de winst bij een afzet van 800.

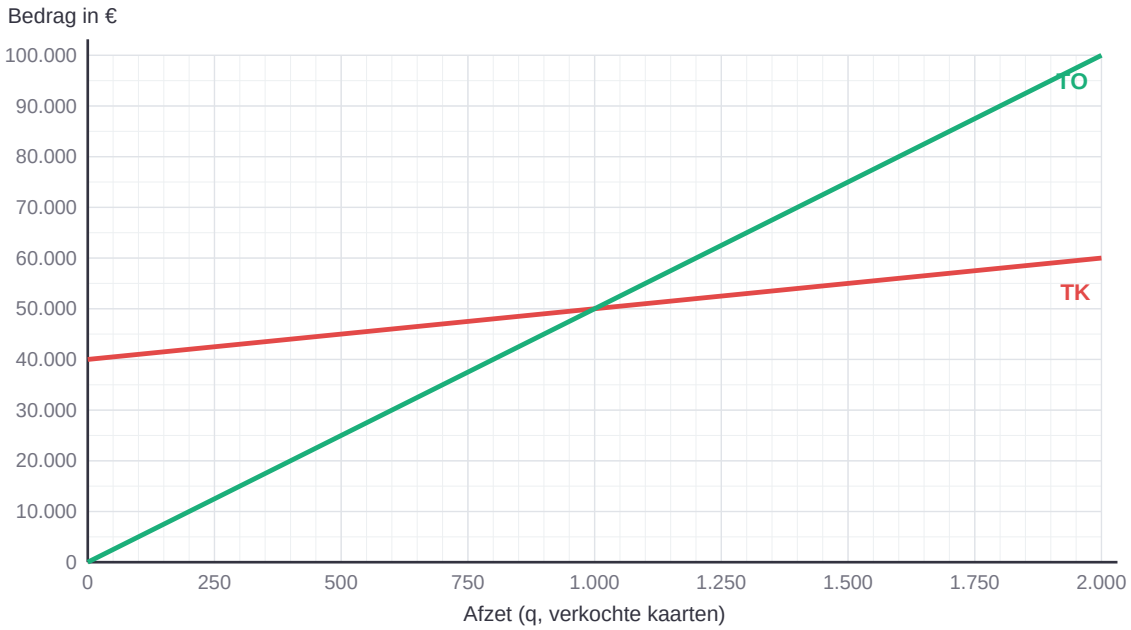
3. De prijs stijgt van € 10 naar € 12. Hoeveel producten moeten minimaal worden verkocht om geen verlies te maken?

Grafiekopdracht 1: festival Zomerzin

Gebruik informatiebron 1. Laat bij elke vraag zien welke waarden je afleest.

De organisatie van festival Zomerzin heeft constante kosten (podium, beveiliging, artiesten) en per bezoeker variabele kosten (polsbandje, afval, toiletten). In informatiebron 1 zie je TK en TO van de kaartverkoop.

Informatiebron 1 — Festival Zomerzin: kosten en opbrengst van de kaartverkoop



Vereenvoudigd voorbeeld met verzonnen getallen.

1. Lees de TCK af.

2. Lees de break-evenafzet af en de omzet bij die afzet.

3. Leid uit de grafiek de vergelijkingen van TO en TK af.

4. Bepaal met behulp van de grafiek het resultaat bij 1.500 kaarten en bij 500 kaarten.

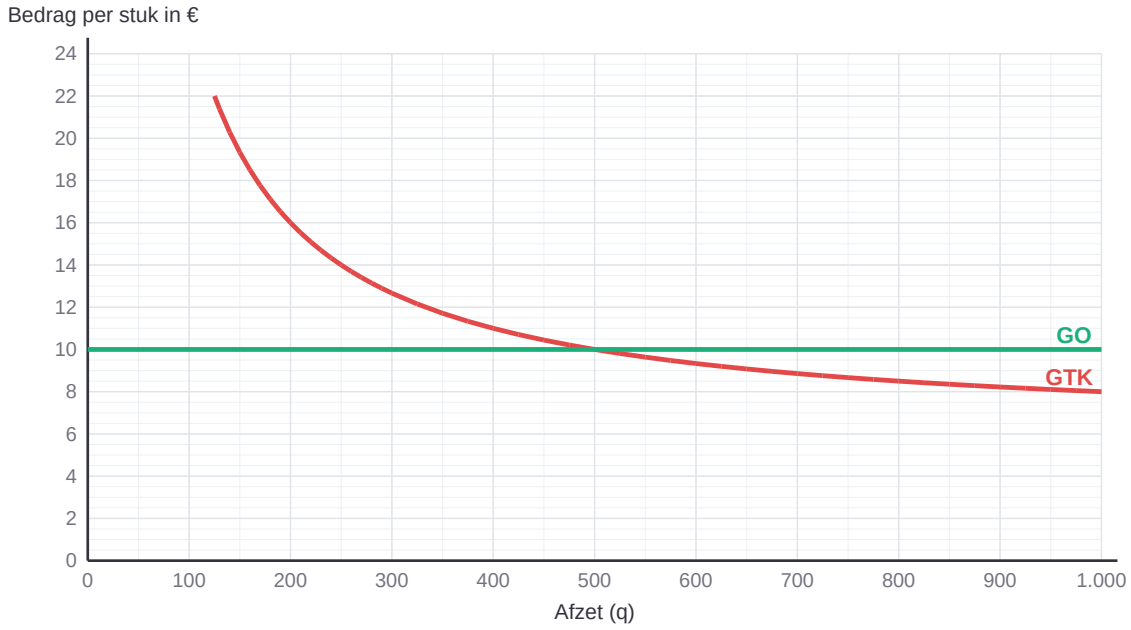
5. Bij welke afzet maakt het festival € 30.000 winst? Bereken het en laat zien hoe je het in de grafiek ziet.

6. De beveiliging wordt € 8.000 duurder. Beschrijf hoe de TK-lijn verschuift en bereken de nieuwe break-evenafzet.

Grafiekopdracht 2: GO en GTK

Gebruik informatiebron 2: dezelfde situatie als in de kerntheorie (TO = 10q en TK = 2.000 + 6q), nu met gemiddelde grootheden.

Informatiebron 2 — Dezelfde situatie met gemiddelde grootheden: GO en GTK



De GTK-lijn is getekend vanaf q = 125 (bij kleinere aantallen loopt hij boven de grafiek uit). Vereenvoudigd voorbeeld met verzonnen getallen.

1. Lees de GTK af bij een afzet van 400. Controleer met een berekening.

2. Lees de break-evenafzet af. Leg uit waarom die gelijk is aan de break-evenafzet bij TO = TK.

3. Leg met de grafiek uit dat er bij een afzet van 250 verlies is, en bereken het verlies.

4. Arceer de winst bij een afzet van 800 en bereken hoe groot die oppervlakte is.

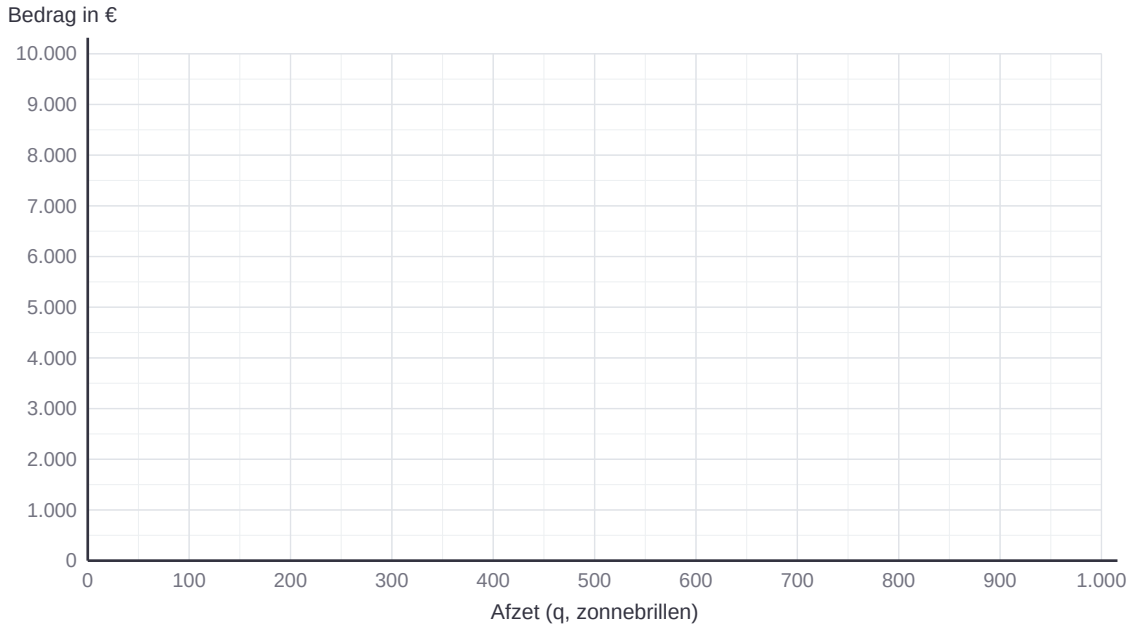
5. Leg uit waarom de GTK-lijn daalt naarmate de afzet stijgt, en welke waarde hij nadert.

Tekenopdracht: webshop in zonnebrillen

Teken in het assenstelsel van informatiebron 3 (in je werkboek of op ruitjespapier). Online tekenen kan ook, op de lespagina.

Een webshop verkoopt zonnebrillen. De constante kosten (website, opslag, reclame) zijn € 3.000 per maand. Een bril kost de webshop € 4 en wordt verkocht voor € 10.

Informatiebron 3 — Assenstelsel om zelf te tekenen (webshop in zonnebrillen)



1. Stel de vergelijkingen op van TCK, TVK, TK en TO, en maak een tabel voor q = 0 en q = 1.000.

2. Teken de TCK-, TVK-, TK- en TO-lijn. Zet bij elke lijn de naam.

3. Lees de break-evenafzet af en controleer met de dekkingsbijdrage.

4. De webshop verlaagt de prijs naar € 8. Teken de nieuwe TO-lijn en lees de nieuwe break-evenafzet af.

5. Bij € 10 verkoopt de webshop 700 brillen; bij € 8 verwacht hij 1.000 brillen. Is de prijsverlaging verstandig met maximale winst als doel? Onderbouw met de grafiek of een berekening.

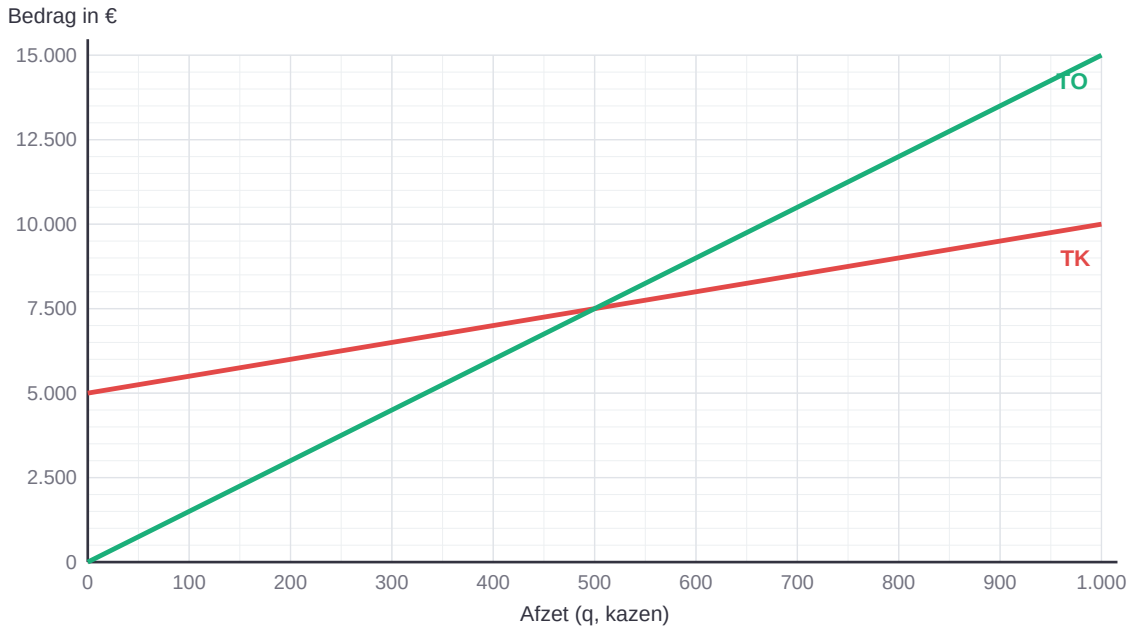
Oefeningen

Brons: Kennis & Begrip

1. Wat is de break-evenafzet?

2. Een product kost € 18 en de GVK zijn € 12. Wat is de dekkingsbijdrage per product?

Kaasmakerij De Hoeve: kosten en opbrengst per maand



Vereenvoudigd voorbeeld met verzonnen getallen.

3. Lees in de grafiek de TCK van de kaasmakerij af.

Zilver: Toepassing & Rekenen

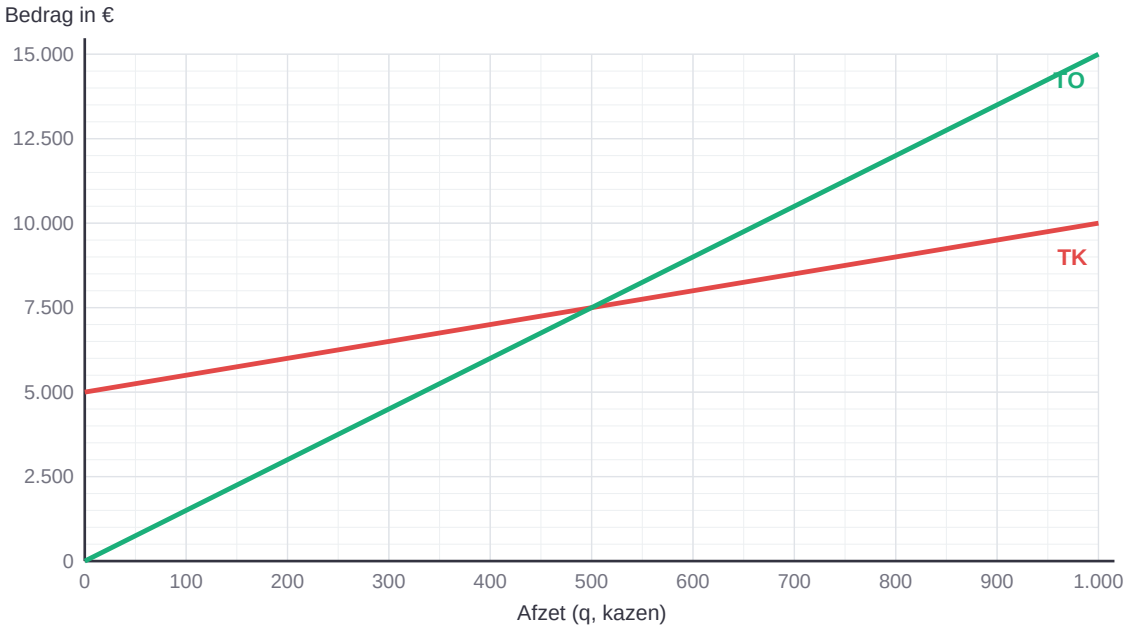
4. TCK = € 15.000, prijs € 25 en GVK € 10. Bereken de break-evenafzet.

5. TO = 10q en TK = 2.000 + 6q. Bereken de break-evenafzet en de winst bij q = 800.

6. Gebruik opdracht 5. De TCK zijn € 24.000. Bereken de break-evenafzet.

7. Gebruik opdracht 6. Bereken de winst bij een afzet van 5.500 stuks.

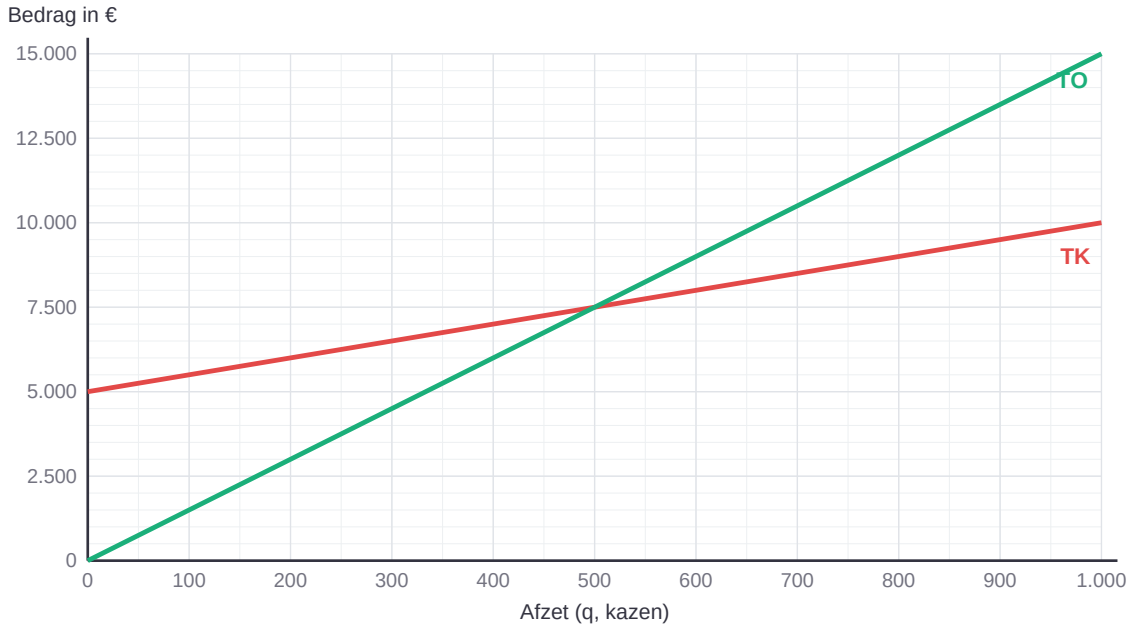
Kaasmakerij De Hoeve: kosten en opbrengst per maand



Vereenvoudigd voorbeeld met verzonnen getallen.

8. Lees de break-evenafzet af, en de omzet bij die afzet.

Kaasmakerij De Hoeve: kosten en opbrengst per maand



Vereenvoudigd voorbeeld met verzonnen getallen.

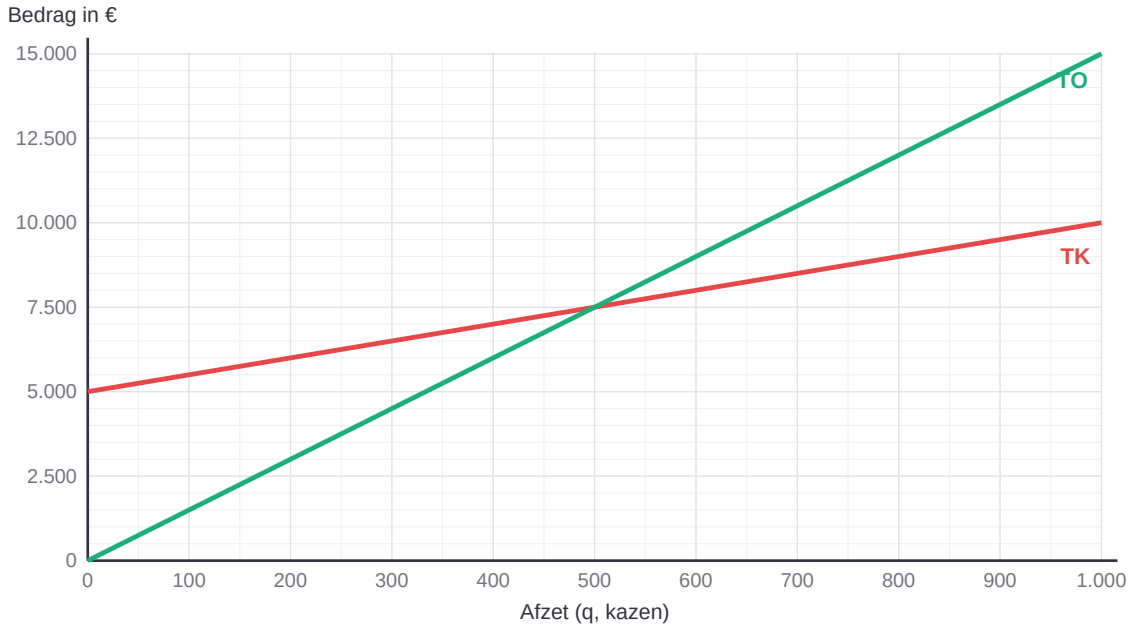
9. Leid uit de grafiek de vergelijkingen van TO en TK af.

Goud: Analyse & Evaluatie — de uitdaging

10. Hoe kun je de break-evenafzet ook vinden met gemiddelde grootheden?

11. Het bedrijf overweegt de prijs te verlagen naar € 16. De afzet stijgt dan naar 7.000. Bereken de nieuwe break-evenafzet en de winst. Is de prijsverlaging verstandig?

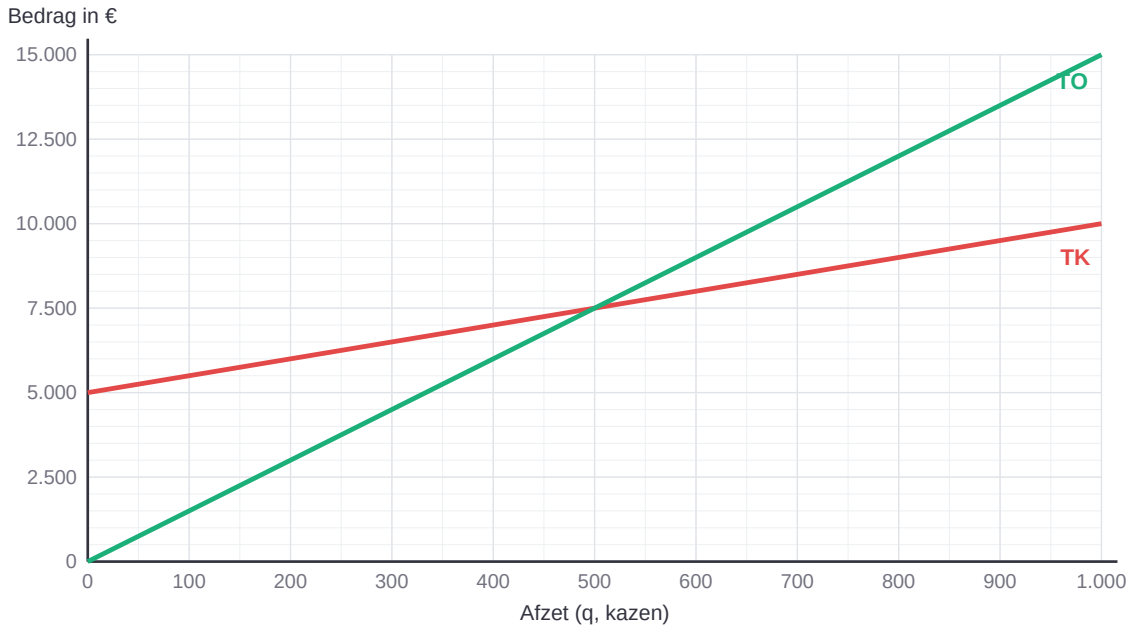
Kaasmakerij De Hoeve: kosten en opbrengst per maand



Vereenvoudigd voorbeeld met verzonnen getallen.

12. Bepaal met de grafiek het resultaat bij een afzet van 800 en van 200 kazen.

Kaasmakerij De Hoeve: kosten en opbrengst per maand



Vereenvoudigd voorbeeld met verzonnen getallen.

13. Bereken bij een afzet van 800 kazen de GTK. Bereken daarna de winst als oppervlakte tussen GO en GTK, en controleer met opdracht 12.

Les 4.6 — Maximale winst: MO = MK

Leerdoel: Je legt uit waarom de winst maximaal is waar MO = MK, en je berekent de winstmaximaliserende afzet, prijs en winst.

Eindtermen: D1.21, A2

Waar gaat het om?

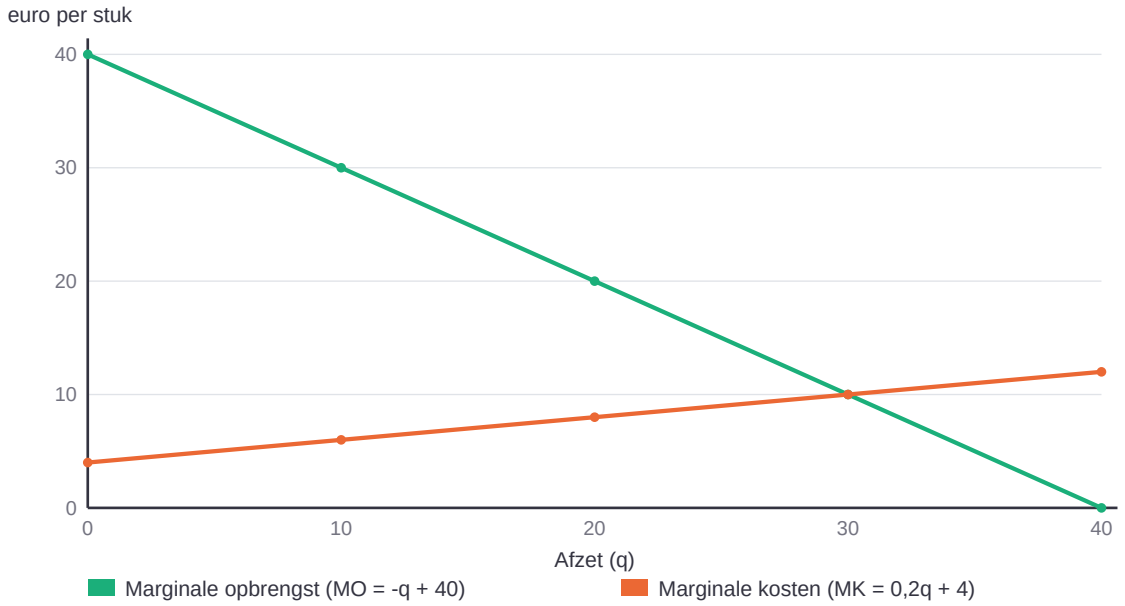
Het hart van dit thema: **marginaal denken** . Een bedrijf breidt de productie uit zolang een extra product meer oplevert dan het kost. Zo vind je de afzet met de **maximale winst** : waar MO = MK (D1.21). Deze regel geldt voor elke marktvorm en komt in thema 5 steeds terug.

Kerntheorie

De regel MO = MK

Is MO groter dan MK, dan stijgt de winst door één product meer te maken. Is MO kleiner dan MK, dan stijgt de winst door één product minder te maken. De winst is dus maximaal waar **MO = MK** .

Maximale winst waar MO = MK



Links van q = 30 levert een extra product meer op dan het kost (MO > MK): uitbreiden loont. Rechts ervan niet. Maximale winst bij q = 30.

Stappenplan

- Bepaal MO (afgeleide van TO) en MK (afgeleide van TK).
- Los MO = MK op: de winstmaximaliserende afzet q.
- Vul q in de prijs-afzetfunctie in: de prijs.
- Bereken de winst: TO - TK.

Winstmaximalisatie: p = -0,5q + 40 en TK = 0,1q² + 4q + 160

Stap	Berekening
1. MO en MK	MO = -q + 40; MK = 0,2q + 4
2. MO = MK	-q + 40 = 0,2q + 4 1,2q = 36 q = 30
3. Prijs	p = -0,5 × 30 + 40 = € 25
4. Winst	TO = 750; TK = 90 + 120 + 160 = 370; winst = € 380

Vereenvoudigd voorbeeld met verzonnen getallen.

Toepassen

Rekenvraag: maximale winst (3 punten)

Een monopolist heeft p = -2q + 100 en TK = q² + 4q + 100. Bereken de afzet, de prijs en de winst bij winstmaximalisatie.

Uitwerking

1. TO = -2q² + 100q, dus MO = -4q + 100. MK = 2q + 4.
2. -4q + 100 = 2q + 4 6q = 96 q = 16; p = -32 + 100 = 68.
3. TO = 68 × 16 = 1.088; TK = 256 + 64 + 100 = 420; winst = 668.

Antwoord

Bij q = 16 en p = € 68 is de winst maximaal: € 668.

Veelgemaakte fout

MO = 0 gebruiken. Dan vind je de maximale omzet, niet de maximale winst. De kosten tellen ook mee.

De prijs vergeten. MO = MK geeft de afzet; de prijs lees je af uit de prijs-afzetfunctie, niet uit de MO-lijn.

Kernbegrippen

Winstmaximalisatie

De afzet kiezen waarbij de totale winst het grootst is: MO = MK.

Marginaal denken

Een beslissing nemen door de extra opbrengst van één stap te vergelijken met de extra kosten.

Verwerkingsopdracht

Werk de opdrachten uit in je schrift of in de invulvelden.

1. Lees in de grafiek af: is bij q = 20 MO groter of kleiner dan MK? Wat moet het bedrijf doen?

2. De constante kosten stijgen met € 100. Wat verandert er aan de winstmaximaliserende afzet en aan de winst?

3. Waarom geldt voor een hoeveelheidsaanpasser de regel P = MK? Leg het verband met MO = MK uit.

Oefeningen

Brons: Kennis & Begrip

1. Waarom is de winst maximaal waar MO = MK?

2. Waarom hoef je de constante kosten niet te kennen om de winstmaximaliserende afzet te bepalen?

Zilver: Toepassing & Rekenen

3. $p = -0{,}5q + 40$ en $TK = 0{,}1q^2 + 4q + 160$. Bereken de winstmaximaliserende afzet en prijs.

4. $p = -2q + 100$ en $TK = q^2 + 4q + 100$. Bereken de maximale winst.

5. $p = -q + 80$ en $TK = q^2 + 20q + 300$. Bereken de winstmaximaliserende afzet, de prijs en de winst.

6. Gebruik opdracht 6. Bereken de winst als het bedrijf zou kiezen voor maximale omzet.

Goud: Analyse & Evaluatie — de uitdaging

7. De constante kosten stijgen met € 100. Verandert de winstmaximaliserende afzet? Leg uit.

8. Gebruik opdracht 6. Er komt een heffing van € 4 per stuk. Bereken de nieuwe afzet, prijs en winst. Met hoeveel stijgt de prijs?

Rekenopdrachten

Reken met de begrippen en formules uit dit thema. Schrijf je berekening volledig uit: op het examen krijg je punten voor de berekening, niet alleen voor de uitkomst.

Basis

1. TK = 0,1q² + 4q + 160. Bereken de totale kosten bij q = 50.

Antwoord (€): _____

2. TK = 0,1q² + 4q + 160. Bereken de GTK bij q = 40.

Antwoord (€): _____

3. TK = 0,1q² + 4q + 160. Bereken de MK bij q = 40.

Antwoord (€): _____

6. TCK = € 15.000, prijs € 25 en GVK € 10. Bereken de break-evenafzet.

Antwoord (stuks): _____

7. TO = 10q en TK = 2.000 + 6q. Bereken de break-evenafzet.

Antwoord (stuks): _____

Niveau 3F

4. MK = 0,2q + 4 en de marktprijs is € 16. Hoeveel produceert de hoeveelheidsaanpasser?

Antwoord (stuks): _____

5. Gebruik opdracht 4 en TK = 0,1q² + 4q + 160. Bereken de winst.

Antwoord (€): _____

8. p = -0,5q + 40 en MK = 0,2q + 4. Bereken de winstmaximaliserende afzet.

Antwoord (stuks): _____

9. Gebruik opdracht 8 en TK = 0,1q² + 4q + 160. Bereken de maximale winst.

Antwoord (€): _____

Examenniveau

10. p = -2q + 100 en TK = q² + 4q + 100. Bereken de maximale winst.

Antwoord (€): _____

Examenopgave: Een migrainemiddel van BioPharma

6 vragen · 11 punten · ongeveer 35 minuten

BioPharma heeft als enige aanbieder een nieuw migrainemiddel op de markt gebracht. Een econoom brengt de kosten en de vraag in kaart (bron 1 en bron 2).

Bron 1

Kosten en vraag van BioPharma (per jaar)

	Vergelijking
Totale kosten	$TK = 0{,}01q^2 + 20q + 360.000$
Prijs-afzetfunctie	$p = -0{,}01q + 200$

q in verpakkingen, p en TK in euro. Fictief model.

Bron 2

Octrooi op nieuw migrainemiddel

BioPharma heeft een octrooi op een nieuw migrainemiddel en is daardoor de enige aanbieder. De constante kosten bestaan vooral uit de afschrijving op het onderzoek en een laboratorium. Het bedrijf wil zijn winst maximaliseren. De overheid overweegt een jaarlijkse vergunning van € 20.000 voor de productie van geneesmiddelen.

Vraag 1 (1 punt)

Bereken met bron 1 de totale constante en de totale variabele kosten bij een afzet van 4.500 verpakkingen.

Vraag 2 (2 punten)

Toon met een berekening aan dat de gemiddelde totale kosten minimaal zijn bij een afzet van 6.000 verpakkingen.

Vraag 3 (2 punten)

Bereken de afzet en de prijs waarbij BioPharma de maximale winst behaalt.

Vraag 4 (2 punten)

Bereken de maximale winst van BioPharma.

Vraag 5 (2 punten)

Een adviseur zegt: "Bij een afzet van 3.000 verpakkingen draait BioPharma quitte." Toon dit aan met een berekening.

Vraag 6 (2 punten)

De overheid voert de vergunning uit bron 2 in. Leg uit of BioPharma daardoor een andere afzet kiest, en bereken de nieuwe winst.

Eindquiz

1. Welke kosten zijn constant?

A. De energie voor de machines.

B. Het stukloon.

C. De grondstoffen.

D. De huur van het bedrijfspand.

2. TK = 0,1q² + 4q + 160. De TCK zijn…

A. 0,1q²

B. 0

C. 160

D. 4q + 160

3. De marginale kosten zijn…

A. TK gedeeld door q.

B. de prijs min de GTK.

C. de afgeleide van de TK.

D. de TCK gedeeld door q.

4. De MK-lijn snijdt de GTK-lijn…

A. in het laagste punt van de GTK.

B. in het hoogste punt van de GTK.

C. bij q = 0.

D. nooit.

5. Een hoeveelheidsaanpasser produceert waar…

A. MO = 0.

B. TO maximaal is.

C. P = GTK.

D. P = MK.

6. De gemiddelde opbrengst is gelijk aan…

A. de winst per stuk.

B. de GTK.

C. de prijs.

D. de marginale opbrengst.

7. De gemiddelde winst is…

A. p - MK.

B. p - GTK.

C. TO - TCK.

D. MO - MK.

8. Bij de break-evenafzet geldt…

A. TO = TK.

B. MO = 0.

C. MO = MK.

D. GTK is minimaal.

9. De winst is maximaal waar…

A. TO maximaal is.

B. GTK minimaal is.

C. p = GTK.

D. MO = MK.

10. De constante kosten stijgen. De winstmaximaliserende afzet…

A. blijft gelijk.

B. wordt 0.

C. daalt.

D. stijgt.

11. Bekijk de grafiek (TO = 10q en TK = 2.000 + 6q). Hoe groot is de winst bij een afzet van 800?

A. € 3.200

B. € 1.200

C. € 8.000

D. € 6.800

12. Bekijk de grafiek met GO en GTK. Bij welke afzet ligt de break-evenafzet?

A. 333

B. 10

C. 500

D. 200

Antwoordmodel

Voor de docent, of voor zelfcontrole: alle antwoorden bij dit werkboek.

Eindquiz — antwoordsleutel

1. D 2. C 3. C 4. A 5. D 6. C 7. B 8. A 9. D 10. A 11. B 12. C

Rekenopdrachten — antwoorden

1. 610 €

0,1 × 2.500 + 4 × 50 + 160 = 250 + 200 + 160 = 610.

2. 12 €

GTK = 0,1q + 4 + 160/q = 4 + 4 + 4 = 12.

3. 12 €

MK = 0,2q + 4 = 12. MK = GTK: dit is het minimum van de GTK.

4. 60 stuks

0,2q + 4 = 16 q = 60.

5. 200 €

TO = 960; TK = 360 + 240 + 160 = 760; winst 200.

6. 1.000 stuks

15.000 / (25 - 10) = 1.000.

7. 500 stuks

10q = 2.000 + 6q 4q = 2.000 q = 500.

8. 30 stuks

MO = -q + 40 = 0,2q + 4 1,2q = 36 q = 30.

9. 380 €

p = 25; TO = 750; TK = 90 + 120 + 160 = 370; winst 380.

10. 668 €

MO = -4q + 100 = 2q + 4 q = 16; p = 68; TO 1.088 - TK 420 = 668.

Examenopgave — antwoordmodel

Vraag 1 (1 p)

TCK = € 360.000. TVK = 0,01 × 4.500² + 20 × 4.500 = 202.500 + 90.000 = € 292.500.

Vraag 2 (2 p)

MK = 0,02q + 20 = 140 bij q = 6.000. GTK = 0,01q + 20 + 360.000/q = 60 + 20 + 60 = 140. MK = GTK, dus de GTK is daar minimaal.

- 1 p: MK = 140
- 1 p: GTK = 140 en conclusie

Vraag 3 (2 p)

TO = -0,01q² + 200q, dus MO = -0,02q + 200. MO = MK: -0,02q + 200 = 0,02q + 20 0,04q = 180 q =

4.500. p = -45 + 200 = € 155.

- 1 p: MO en MK juist
- 1 p: q = 4.500 en p = 155

Vraag 4 (2 p)

TO = 155 × 4.500 = € 697.500. TK = 202.500 + 90.000 + 360.000 = € 652.500. Winst = € 45.000.

- 1 p: TO en TK
- 1 p: winst € 45.000

Vraag 5 (2 p)

p = -30 + 200 = € 170; TO = 170 × 3.000 = € 510.000. TK = 90.000 + 60.000 + 360.000 = € 510.000. TO = TK: de winst is 0.

- 1 p: TO = 510.000
- 1 p: TK = 510.000 en conclusie

Vraag 6 (2 p)

De vergunning is een constante kost: hij valt weg in de afgeleide, dus MK en MO veranderen niet. De afzet blijft 4.500. De winst daalt met € 20.000 tot € 25.000.

- 1 p: constante kosten veranderen MK niet
- 1 p: winst € 25.000

Verwerkingsopdrachten — modelantwoorden

Les 4.1

Verwerkingsopdracht

1. Constant: huur, afschrijving, verzekering. Variabel: meel, stroom, verpakkingen.

2. Van 20 naar 40: 320 - 120 = 200. Van 60 naar 80: 960 - 600 = 360.

3. Bij een lage productie zijn machines en personeel nog niet goed benut. Door specialisatie en inkoopkorting wordt elke extra eenheid eerst goedkoper.

Les 4.2

Verwerkingsopdracht

1. GCK = 160 / 20 = 8. GVK = 120 / 20 = 6. (Samen GTK = 14.)

2. Bij q = 40, € 12 per stuk.

3. De GTK stijgt: het extra product kost (16) meer dan het gemiddelde (12,67), en trekt het gemiddelde dus omhoog.

Les 4.3

Verwerkingsopdracht

1. 0,2q + 4 = P q = 5P - 20.

2. Qa = 50 × (5P - 20) = 250P - 1.000.

3. q = 30. TO = 300; TK = 90 + 120 + 160 = 370: een verlies van 70. De prijs ligt onder de minimale GTK (12): het bedrijf beperkt zijn verlies, maar maakt geen winst meer.

Les 4.4

Verwerkingsopdracht

1. MO = -20 + 40 = 20.

2. MO = 0 q = 40; TO = -0,5 × 1.600 + 40 × 40 = 800.

3. Om één product meer te verkopen, moet hij de prijs verlagen voor alle producten. De extra opbrengst is dus de prijs van dat ene product min het prijsverlies op alle andere.

Les 4.5

Verwerkingsopdracht

1. q = 500.

2. TO = 8.000; TK = 6.800; winst 1.200.

3. 2.000 / (12 - 6) = 333,3: minimaal 334 producten.

Grafiekopdracht 1: festival Zomerzin

1. TCK = € 40.000: daar begint de TK-lijn bij q = 0.

2. TO en TK snijden elkaar bij 1.000 kaarten; TO = TK = € 50.000.

3. TO: bij q = 1.000 is TO = € 50.000, dus p = 50.000 / 1.000 = € 50 en TO = 50q. TK: bij q = 1.500 is TK = € 55.000, dus GVK = (55.000 - 40.000) / 1.500 = € 10 en TK = 40.000 + 10q.

4. Bij 1.500 kaarten: TO € 75.000 - TK € 55.000 = € 20.000 winst. Bij 500 kaarten: TO € 25.000 - TK € 45.000 = € 20.000 verlies.

5. Winst = TO - TK = 50q - (40.000 + 10q) = 40q - 40.000 = 30.000, dus q = 1.750 kaarten. In de grafiek: de afstand tussen TO (€ 87.500) en TK (€ 57.500) is daar € 30.000.

6. De TK-lijn schuift € 8.000 evenwijdig omhoog: TK = 48.000 + 10q. Nieuwe break-evenafzet = 48.000 / (50 - 10) = 1.200 kaarten. Het snijpunt met TO schuift naar rechts.

Grafiekopdracht 2: GO en GTK

1. GTK bij q = 400 is € 11. Controle: 2.000 / 400 + 6 = 5 + 6 = € 11.

2. De GTK-lijn snijdt de GO-lijn bij q = 500 (GTK = GO = € 10): dat is de break-evenafzet, dezelfde als bij TO = TK.

3. Bij q = 250 is GTK = € 14, hoger dan GO = € 10: elk product kost meer dan het oplevert. Verlies = (14 - 10) × 250 = € 1.000. Controle: TO 2.500 - TK 3.500 = - € 1.000.

4. Bij q = 800 is GTK = € 8,50. Winst = (GO - GTK) × q = (10 - 8,50) × 800 = € 1.200: de rechthoek tussen GO en GTK van q = 0 tot q = 800. Controle: TO 8.000 - TK 6.800 = € 1.200.

5. Hoe groter q, hoe kleiner TCK/q: de constante kosten worden over meer producten verdeeld. De GTK-lijn daalt dus en komt steeds dichter bij de GVK (€ 6), maar komt daar nooit onder.

Tekenopdracht: webshop in zonnebrillen

1. TCK = 3.000; TVK = 4q; TK = 3.000 + 4q; TO = 10q. q = 0: TCK 3.000, TVK 0, TK 3.000, TO 0. q = 1.000: TCK 3.000, TVK 4.000, TK 7.000, TO 10.000.

2. TCK: horizontaal op € 3.000. TVK: van (0, 0) naar (1.000, 4.000). TK: van (0, 3.000) naar (1.000, 7.000). TO: van (0, 0) naar (1.000, 10.000).

3. TO en TK snijden elkaar bij 500 brillen (TO = TK = € 5.000). Controle: 3.000 / (10 - 4) = 500.

4. De nieuwe TO-lijn gaat van (0, 0) naar (1.000, 8.000). Het snijpunt met TK ligt bij 750 brillen (€ 6.000). Controle: 3.000 / (8 - 4) = 750.

5. Bij p = € 8 en een afzet van 1.000: winst = 8.000 - 7.000 = € 1.000. Bij p = € 10 en een afzet van 700: winst = 7.000 - 5.800 = € 1.200. De prijsverlaging is alleen verstandig als de afzet meer stijgt dan tot 1.000 (bij 1.050 is de winst € 1.200).

Les 4.6

Verwerkingsopdracht

1. MO = 20, MK = 8: MO is groter. Uitbreiden tot q = 30 verhoogt de winst.

2. De afzet verandert niet: constante kosten vallen weg in de afgeleide. De winst daalt met € 100.

3. Bij een vaste prijs levert elk extra product precies P op: MO = P. De regel MO = MK wordt dan P = MK.

Oefeningen — modelantwoorden

Les 4.1

1. Wat is het verschil tussen constante en variabele kosten?

Constante kosten veranderen niet als de productie verandert (huur, afschrijving). Variabele kosten veranderen wel mee (grondstoffen, energie, stukloon).

2. Noem bij een bakkerij twee voorbeelden van constante kosten en twee van variabele kosten.

Constant: huur van het pand, afschrijving van de ovens. Variabel: meel en andere grondstoffen, energie voor het bakken (en loon van uitzendkrachten).

3. TK = 0,1q² + 4q + 160. Hoe groot zijn de TCK en de TVK bij q = 50?

TCK = 160. TVK = 0,1 × 2.500 + 4 × 50 = 250 + 200 = 450.

4. Waarom stijgen de variabele kosten bij veel bedrijven progressief bij een hoge productie?

Bij een hoge productie moeten bijvoorbeeld overuren worden betaald, worden machines minder efficiënt of moet duurder worden ingekocht. Elke extra eenheid kost dan meer.

5. TK = 0,2q² + 10q + 500. Bereken de TCK en de TVK bij q = 20.

TCK = 500. TVK = 0,2 × 400 + 10 × 20 = 80 + 200 = 280.

6. Gebruik opdracht 6. Bereken de TVK bij q = 40 en de variabele kosten per product bij q = 20 en q = 40. Wat zie je?

TVK = 0,2 × 1.600 + 400 = 720. Per product: 280 / 20 = 14 en 720 / 40 = 18. De variabele kosten per stuk stijgen: de TVK stijgen progressief.

7. Een bedrijf heeft hoge constante en lage variabele kosten. Waarom wil het veel produceren?

De constante kosten worden over meer producten verdeeld, zodat de gemiddelde kosten per stuk sterk dalen (schaalvoordelen).

8. Leg uit waarom constante kosten op lange termijn toch variabel kunnen worden. Geef een voorbeeld.

Op lange termijn kan een bedrijf zijn capaciteit aanpassen: een extra hal huren, een machine bijkopen of een huurcontract opzeggen. De huur is dan niet meer vast, maar hangt af van hoeveel het wil produceren.

Les 4.2

1. Wat zijn marginale kosten?

De extra kosten van het produceren van één extra eenheid; wiskundig de afgeleide van de TK.

2. De TCK zijn € 500. Bereken de GCK bij q = 50 en bij q = 100.

500 / 50 = € 10 en 500 / 100 = € 5. De GCK dalen als de productie stijgt.

3. TK = 0,5q² + 6q + 200. Bepaal MK en GTK.

MK = q + 6. GTK = 0,5q + 6 + 200/q.

4. Gebruik opdracht 2. Toon aan dat MK = GTK bij q = 20.

MK = 20 + 6 = 26. GTK = 10 + 6 + 10 = 26. Gelijk: dit is het minimum van de GTK.

5. TK = 0,2q² + 10q + 500. Stel de vergelijkingen van MK en GTK op.

MK = 0,4q + 10. GTK = 0,2q + 10 + 500 / q.

6. Gebruik opdracht 6. Bereken bij welke q de GTK minimaal is, en hoe hoog de GTK daar is.

MK = GTK: 0,4q + 10 = 0,2q + 10 + 500 / q 0,2q = 500 / q q^2 = 2.500 q = 50. GTK = 10 + 10 + 10 = € 30 (en MK = 30).

7. Leg uit waarom de GTK daalt zolang MK onder de GTK ligt.

Als een extra eenheid minder kost dan het gemiddelde, trekt die eenheid het gemiddelde omlaag. Ligt MK erboven, dan trekt de extra eenheid het gemiddelde omhoog. Daarom snijdt MK de GTK in het laagste punt.

8. De constante kosten stijgen van € 500 naar € 800. Wat gebeurt er met de MK-lijn en met het minimum van de GTK? Bereken het nieuwe minimum (twee decimalen).

De MK-lijn verandert niet: constante kosten vallen weg in de afgeleide. Het minimum van de GTK ligt hoger en verder naar rechts: q^2 = 4.000 q = 63,25; GTK = 12,65 + 10 + 12,65 = € 35,30.

Les 4.3

1. Wat is een hoeveelheidsaanpasser?

Een aanbieder die de marktprijs niet kan beïnvloeden (volkomen concurrentie) en alleen kiest hoeveel hij aanbiedt.

2. Waarom is bij een hoeveelheidsaanpasser de marginale opbrengst gelijk aan de prijs?

De prijs ligt vast: elk extra product levert precies de marktprijs op, hoeveel het bedrijf ook verkoopt.

3. TK = 0,5q^2 + 6q + 200 en de marktprijs is € 30. Hoeveel produceert de hoeveelheidsaanpasser, en wat is zijn winst?

MK = P: q + 6 = 30 q = 24. TO = 720; TK = 288 + 144 + 200 = 632; winst = 88.

4. MK = 0,2q + 4. Stel de individuele aanbodvergelijking op.

P = 0,2q + 4 0,2q = P - 4 q = 5P - 20.

5. TK = 0,2q^2 + 10q + 500 en de marktprijs is € 34. Bereken de productie en de winst.

MK = 0,4q + 10 = 34 q = 60. TO = 34 × 60 = 2.040. TK = 720 + 600 + 500 = 1.820. Winst € 220.

6. Gebruik opdracht 6. Stel de individuele aanbodvergelijking op. Er zijn 40 van deze bedrijven: stel ook de collectieve aanbodvergelijking op.

P = 0,4q + 10 q = 2,5P - 25. Collectief: Qa = 40 × (2,5P - 25) = 100P - 1.000.

7. Waarom produceert een hoeveelheidsaanpasser niet méér dan waar MK = P?

Elke extra eenheid boven dat punt kost meer (MK) dan ze opbrengt (P). De winst zou dan dalen.

8. De marktprijs daalt naar € 26. Bereken de productie en de winst, en leg uit waarom het bedrijf op korte termijn toch blijft produceren.

MK = 26 q = 40. TO = 1.040, TK = 320 + 400 + 500 = 1.220: verlies € 180. Stoppen kost op korte termijn de constante kosten (€ 500 verlies). Doorgaan dekt de variabele kosten (720) en een deel van de constante kosten: het verlies is kleiner.

Les 4.4

1. Wat is het verband tussen de gemiddelde opbrengst en de prijs?

GO = TO / q = (p × q) / q = p: de gemiddelde opbrengst is de prijs.

2. Een hoeveelheidsaanpasser verkoopt tegen € 12 per stuk. Hoe groot zijn de GO en de MO?

Allebei € 12: bij een vaste prijs levert elk product de prijs op.

3. p = -0,5q + 40. Bepaal TO en MO.

TO = -0,5q^2 + 40q. MO = -q + 40.

4. p = 25 en GTK = 12,33 bij q = 30. Bereken de gemiddelde en de totale winst.

Gemiddelde winst: 25 - 12,33 = 12,67 per stuk. Totale winst: 12,67 × 30 = 380.

5. p = -q + 60. Bepaal TO en MO, en bereken ze bij q = 20.

TO = $-q^2 + 60q$; MO = -2q + 60. Bij q = 20: TO = -400 + 1.200 = 800 (p = 40); MO = 20.

6. Gebruik opdracht 6. TK = $0{,}5q^2 + 10q + 200$. Bereken bij q = 20 de GTK, de gemiddelde winst en de totale winst.

TK = 200 + 200 + 200 = 600; GTK = 30. Gemiddelde winst: 40 - 30 = € 10. Totale winst: 10 × 20 = € 200.

7. Waarom is de MO van een monopolist lager dan de prijs?

Om één extra product te verkopen, moet hij de prijs verlagen voor álle producten. De extra opbrengst is dus de prijs van het extra product min het prijsverlies op de andere producten.

8. Waarom kiest een bedrijf dat de winst wil maximaliseren niet de afzet waarbij de totale opbrengst maximaal is?

Bij maximale TO is MO = 0: het laatste product levert niets extra op. Maar het kost wel iets (MK > 0). De laatste producten verlagen dus de winst. De winst is maximaal bij een lagere afzet, waar MO = MK.

Les 4.5

1. Wat is de break-evenafzet?

De afzet waarbij de totale opbrengst gelijk is aan de totale kosten: winst = 0.

2. Een product kost € 18 en de GVK zijn € 12. Wat is de dekkingsbijdrage per product?

18 - 12 = € 6 per product.

3. Lees in de grafiek de TCK van de kaasmakerij af.

TCK = € 5.000: daar begint de TK-lijn bij q = 0.

4. TCK = € 15.000, prijs € 25 en GVK € 10. Bereken de break-evenafzet.

15.000 / (25 - 10) = 1.000 stuks.

5. TO = 10q en TK = 2.000 + 6q. Bereken de break-evenafzet en de winst bij q = 800.

10q = 2.000 + 6q q = 500. Bij 800: TO 8.000 - TK 6.800 = 1.200 winst.

6. Gebruik opdracht 5. De TCK zijn € 24.000. Bereken de break-evenafzet.

24.000 / 6 = 4.000 stuks.

7. Gebruik opdracht 6. Bereken de winst bij een afzet van 5.500 stuks.

(5.500 - 4.000) × 6 = € 9.000. (Of: 5.500 × 6 - 24.000 = € 9.000.)

8. Lees de break-evenafzet af, en de omzet bij die afzet.

TO en TK snijden elkaar bij 500 kazen; TO = TK = € 7.500.

9. Leid uit de grafiek de vergelijkingen van TO en TK af.

TO: bij q = 800 is TO = € 12.000, dus p = 15 en TO = 15q. TK: begint bij 5.000 en is bij q = 800 € 9.000, dus GVK = (9.000 - 5.000) / 800 = 5 en TK = 5.000 + 5q.

10. Hoe kun je de break-evenafzet ook vinden met gemiddelde grootheden?

Waar GO = GTK: de prijs is dan gelijk aan de gemiddelde totale kosten, dus de winst per stuk en de totale winst zijn 0.

11. Het bedrijf overweegt de prijs te verlagen naar € 16. De afzet stijgt dan naar 7.000. Bereken de nieuwe break-evenafzet en de winst. Is de prijsverlaging verstandig?

Dekkingsbijdrage 16 - 12 = € 4. Break-even 24.000 / 4 = 6.000 stuks. Winst 7.000 × 4 - 24.000 = € 4.000. Minder

dan € 9.000: niet verstandig.

12. Bepaal met de grafiek het resultaat bij een afzet van 800 en van 200 kazen.

q = 800: TO € 12.000 - TK € 9.000 = € 3.000 winst. q = 200: TO € 3.000 - TK € 6.000 = € 3.000 verlies.

13. Bereken bij een afzet van 800 kazen de GTK. Bereken daarna de winst als oppervlakte tussen GO en GTK, en controleer met opdracht 12.

GTK = 5.000 / 800 + 5 = 6,25 + 5 = € 11,25. GO = p = € 15. Winst = (15 - 11,25) × 800 = € 3.000, gelijk aan TO - TK.

Les 4.6

1. Waarom is de winst maximaal waar MO = MK?

Zolang MO groter is dan MK, levert een extra product meer op dan het kost: de winst stijgt. Daarna levert het minder op dan het kost: de winst daalt. Het maximum ligt waar ze gelijk zijn.

2. Waarom hoef je de constante kosten niet te kennen om de winstmaximaliserende afzet te bepalen?

Constante kosten veranderen niet met de afzet: ze vallen weg in de MK. Ze bepalen alleen hoe hoog de winst is, niet bij welke afzet die maximaal is.

3. p = -0,5q + 40 en TK = 0,1q² + 4q + 160. Bereken de winstmaximaliserende afzet en prijs.

MO = -q + 40; MK = 0,2q + 4. -q + 40 = 0,2q + 4 q = 30; p = € 25.

4. p = -2q + 100 en TK = q² + 4q + 100. Bereken de maximale winst.

MO = -4q + 100; MK = 2q + 4 6q = 96 q = 16; p = 68. TO = 1.088; TK = 256 + 64 + 100 = 420; winst = 668.

5. p = -q + 80 en TK = q² + 20q + 300. Bereken de winstmaximaliserende afzet, de prijs en de winst.

MO = -2q + 80, MK = 2q + 20 q = 15. p = 65. TO = 975, TK = 225 + 300 + 300 = 825. Winst € 150.

6. Gebruik opdracht 6. Bereken de winst als het bedrijf zou kiezen voor maximale omzet.

MO = 0 q = 40, p = 40, TO = 1.600. TK = 1.600 + 800 + 300 = 2.700. Verlies € 1.100.

7. De constante kosten stijgen met € 100. Verandert de winstmaximaliserende afzet? Leg uit.

Nee. Constante kosten vallen weg in de afgeleide: MK verandert niet, MO ook niet. De afzet blijft gelijk; alleen de winst daalt met € 100.

8. Gebruik opdracht 6. Er komt een heffing van € 4 per stuk. Bereken de nieuwe afzet, prijs en winst. Met hoeveel stijgt de prijs?

MK = 2q + 24 -2q + 80 = 2q + 24 q = 14; p = 66. TO = 924; TK = 196 + 280 + 300 + 56 = 832. Winst € 92. De prijs stijgt met € 1: minder dan de heffing, de rest gaat van de winst af.